

Artigo 13: Formulação matemática de problemas em contextos reais: análise dessa capacidade nos estudantes em formação inicial em Angola

António Camunga Tchikoko, UNILUANDA

antoniocamunga1987@gmail.com

Resumo

Apresenta-se uma investigação sobre a capacidade de formulação matemática de determinados problemas em contextos reais demonstrada pelos estudantes em formação inicial no Instituto Superior de Ciências de Educação do Huambo. Foram colectadas respostas a um item divulgado no PISA (Programme for International Student Assessment). A análise de 68 deles relacionados à representação, à quantificação e à relação entre magnitudes forneceu seis categorias que caracterizam as resoluções dos alunos. As frequências correspondentes revelam que a maioria dos estudantes não vê que a matemática é aplicável a contextos reais e mostra uma baixa tendência à generalização.

Palavras-chave: educação matemática em Angola, formação de professores, formulação matemática de problemas reais.

Introdução

A matemática é uma disciplina fundamental para a formação integral dos cidadãos, pois permite-lhes resolver múltiplas situações reais que permeiam a sociedade, o que lhes permite exercer os seus direitos, deveres e responsabilidades (Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico (OCDE), 2013; Em particular, a formação de professores de Matemática é de vital importância em qualquer sociedade e especialmente num país em desenvolvimento como Angola, que depois de 46 anos de guerra civil e apenas 20 anos de paz, procura desenvolver-se a partir de uma base social baseada numa educação sólida (Gungula e Faustino, 2018).

Neste sentido, o relatório final do Inquérito Nacional de Adequação Curricular em Angola (INACUA), espera ter, de 2022 a 2025, um currículo académico integrado e actualizado,

bem como um conjunto de universidades públicas de referência no continente africano (Governo de Angola, 2022).

Com este objectivo, o desenvolvimento de avaliações eficazes contribui para definir o que se espera que os alunos aprendam no seu percurso escolar e para identificar factores escolares ou extracurriculares que favorecem ou limitam a aquisição das competências esperadas. Entre estes sistemas de avaliação destaca-se o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), que avalia competências e aptidões no final do ensino básico e examina o nível de preparação dos jovens para a vida adulta e, em certa medida, como os sistemas educativos de diferentes países. Este tipo de avaliação é também potencialmente útil para avaliar a competência matemática dos professores em formação inicial, pois permite uma análise comparativa dos países da OCDE (Sáenz, 2007). No contexto angolano, não há abundância de estudos deste tipo, mas os que existem sugerem níveis geralmente baixos de competência matemática. No campo da formação docente, Barroso (2020) observou dificuldades na disciplina de análise matemática dos futuros professores universitários e médios, e propõe um conjunto de acções para melhorar o desenvolvimento dessas competências. Em um nível superior, Lucas et al. (2016) evidenciaram as dificuldades na aquisição de competências matemáticas básicas de estudantes de engenharia.

A escassez de estudos que contribuam para o desenvolvimento da competência matemática dos professores em formação em Angola foi o ponto de partida de uma investigação em curso que procura desenvolver um diagnóstico da literacia matemática do PISA 2012 dos alunos do Instituto Superior de Ciências da Educação do Huambo (doravante, ISCDE-Huambo). Os resultados preliminares desta investigação (Tchikoko et al, 2022) apontam para um desempenho especialmente baixo no processo Formular, que envolve a formulação de problemas matemáticos adequados para a resolução de problemas típicos de outros contextos (OCDE, 2013). Por outro lado, existem estudos que documentam dificuldades dos professores em formação inicial em estabelecer ligações entre os seus conhecimentos matemáticos e os contextos reais na resolução de itens do PISA (Aydin e Özelgi, 2017; Sáenz, 2009) ou em colocar problemas contextualizados e ajustados a uma situação. Matemática (Luo, 2009).

Este cenário levanta a questão de investigação que será abordada no presente estudo: Até que ponto os alunos do ISCDE-Huambo são capazes de formular matematicamente um problema colocado num contexto real?

Metodologia

Para responder à questão de pesquisa, foi desenvolvido um estudo qualitativo exploratório. O ponto de partida foi uma vasta selecção de itens divulgados nas provas do PISA e uma amostra inicial de estudantes universitários dos diferentes anos do curso de Ensino de Matemática do ISCDE-Huambo.

Durante duas horas, cada um dos alunos resolveu um teste composto por uma selecção aleatória de 16 dos itens seleccionados desde o início, de forma que cada item fosse resolvido por aproximadamente o mesmo número de pessoas. Dado que a análise quantitativa descritiva mostrou que o processo registou o menor nível de desempenho dos alunos com 20% de acertos nas tarefas ligadas a este processo (Tchikoko et al., 2022), os itens ligados ao Formulário para identificar informações qualitativas que nos permitissem aprofundar as dificuldades desses alunos. Como resultado desta revisão, foi seleccionado o item apresentado na Figura 1, que foi atribuído a 107 alunos e deixado em branco por 39 deles. Consequentemente, o estudo baseou-se na análise de 68 produções escritas, correspondentes aos alunos que responderam a este item.

Figura 1. Versão em espanhol do item do PISA seleccionado para este estudo

Un agricultor planta manzanos en un esquema cuadrado. Para proteger los árboles del viento él planta pinos alrededor de todo el huerto.

Aquí ves un diagrama de esta situación donde se presentan los cuadrados de manzanos y de pinos para cualquier número (n) de filas de manzanos:

n = 1

```

X X X
X ● X
X X X
        
```

n = 2

```

X X X X X
X ● ● X
X   X
X ● ● X
X X X X X
        
```

n = 3

```

X X X X X X X
X ● ● ● X
X   X
X ● ● ● X
X   X
X ● ● ● X
X X X X X X X
        
```

n = 4

```

X X X X X X X X X
X ● ● ● ● X
X   X
X ● ● ● ● X
X   X
X ● ● ● ● X
X   X
X ● ● ● ● X
X X X X X X X X X
        
```

X = pino
● = manzano

Supongamos que el agricultor quiere hacer un huerto mucho más grande, con muchas filas de árboles. A medida que el agricultor agranda el huerto, ¿qué aumentará más rápidamente: el número de manzanos o el número de pinos?
Explica como encontraste tu respuesta.

Fonte: Pajares et al. (2000)

Com o objectivo de responder à questão de pesquisa colocada, foram seleccionadas quatro variáveis: Representação que regista os tipos de representações utilizados para

expressar as respostas aos itens (verbal/escrita, numérica, algébrica e tabular); Crescimento de Macieiras e Crescimento de Pinheiros, que incluem a quantificação do crescimento do número de macieiras e do número de pinheiros, respectivamente, fornecidas pelos alunos nas suas produções; e Relacionamento, que dá conta das conexões entre ambos os crescimentos que se estabelecem em cada produção escrita. Tendo em conta estas variáveis, a análise qualitativa dos dados foi desenvolvida em duas fases. Na primeira, foram estabelecidas categorias emergentes para organizar as informações colectadas sobre as variáveis Crescimento da Maçã, Crescimento do Pinheiro e Relacionamento. Para tanto, seguiram-se os seguintes passos: (i) dois dos pesquisadores analisaram conjuntamente vinte das produções seleccionadas aleatoriamente e configuraram um sistema de categorias inicial para cada variável; (ii) o primeiro desses pesquisadores revisou as quarenta e oito produções restantes, refinou as categorias e caracterizou-as; (iii) a categorização e caracterizações obtidas foram discutidas com a segunda pesquisadora; (iv) o terceiro pesquisador revisou o processo seguido e consolidou os resultados. Criadas as categorias, a segunda fase da análise consistiu em separar as produções que responderam “macieiras” à tarefa daquelas que responderam “pinheiros” e na análise comparativa desses dois grupos de produções com base nas variáveis seleccionadas.

Resultados

Os resultados da análise apontaram seis categorias dentro de cada uma das três variáveis analisadas. Verificou-se também que 14 dos 68 registos analisados indicavam que o número de macieiras crescia mais rapidamente, enquanto 54 responderam que o número de pinheiros crescia mais rapidamente. Essas descobertas são detalhadas abaixo.

Categorias encontradas para quantificar o crescimento das árvores e sua relação

A análise das formas como os alunos quantificaram o crescimento do número de árvores resultou em seis categorias para a variável crescimento da macieira. Além daqueles registos que não forneceram uma quantificação explícita desse crescimento (primeira categoria), e daqueles que indicaram que cresceram “rapidamente” (segunda categoria),

foram encontrados quatro tipos diferentes de quantificações. Primeiramente, foram encontradas produções que reduziam essa quantificação à sequência de grandezas observadas na ilustração da tarefa (terceira categoria, Figura 2a). Também foram encontradas respostas à tarefa que identificaram o crescimento do número de macieiras como área (quarta categoria, Figura 2b), e outras que o matematizaram através de uma expressão algébrica quadrática (quinta categoria, Figura 2c). Por fim, foram encontrados registros que falavam em crescimento “exponencial” ou “progressão geométrica” (sexta categoria). Da mesma forma, os resultados relativos à variável Crescimento do Pinheiro forneceram categorias análogas. Enquanto a quarta e a quinta colectaram as produções que quantificaram o crescimento dos pinheiros como um perímetro e uma expressão algébrica linear, respectivamente (Figuras 2b e 2c), as demais categorias que surgiram foram idênticas às obtidas para o crescimento do número de macieiras.

Figura 2. Exemplos de quantificações do crescimento do número de macieiras e pinheiros

- a)
- Aumenta o número do pinheiro, isto porque para $n=1$ $a=8$ e a diferença entre $n=1$ e $N=2$ $N=3$ é de dois. Neste caso: $8 \rightarrow 16$, $16 \rightarrow 24$ e $24 \rightarrow 32$. Quando aumenta o número de macieiras também o número de pinheiros.*
- b)
- A que aumenta mais rapidamente é o número de macieiras porque o pinheiro é apenas o perímetro já as macieiras estão em toda a área do quadrado.*
- c)
- Os pinheiros cresceram de forma aritmética com a fórmula $a_n = 8 + 3n$, onde $a_1 = 8$, $n = 8$. Já as macieiras cresceram de forma de quadrado perfeito n^2 ou $a_n = n^2$.*

Quanto às conexões entre o crescimento do número de macieiras e de pinheiros, a análise desenvolvida também forneceu seis categorias para a variável Relacionamento. Além daqueles registros que não forneceram uma relação de ordem explícita entre os dois tipos de árvores (primeira categoria), e aqueles que indicaram uma relação de ordem

sem fornecer qualquer justificativa (segunda categoria), foram observadas quatro abordagens diferentes para essa comparação. A terceira categoria é composta por registros que se basearam no fato de pinheiros cercarem macieiras, mas não desenvolveram uma matematização evidente (Figura 3a). Outras produções, que compõem a quarta categoria, influenciaram o aumento simultâneo de macieiras e pinheiros, ora de forma puramente verbal (Figura 3b), ora apontando uma relação funcional entre ambos os crescimentos (não especificada). A quinta categoria encontrada inclui respostas que reduzem a comparação entre o crescimento do número de árvores das duas espécies àquela que é directamente deduzida dos dados numéricos observáveis na figura dada pelo enunciado (Figura 2a, acima), respostas que não incluem tentativas de generalização. Por fim, a sexta categoria inclui aqueles registros que desenvolveram um argumento baseado na comparação do crescimento das árvores de ambas as espécies no infinito (Figura 3c).

Figura 3. Exemplos de relações entre o crescimento do número de macieiras e pinheiros

a)

R.: Vai aumentar o número de árvores de maçãs e de pinheiros porque a medida que o espaço for ficando maior, vou aumentar os pinheiros para proteger as árvores de maçãs do vento porque as árvores de maçãs necessitam ser protegidas do vento o número de pinheiros vai aumentar.

b)

O número que aumentará mais rapidamente é o número de pinheiros. de acordo a ilustração de diagrama desta situação percebe-se que a medida que filas de maçãs aumenta, aumenta substancialmente as filas de pinheiros.

c)

R.: A medida em que se quiser aumentar o poder o número de pinheiros aumentará mais rapidamente que o da maçã. O crescimento dos pinheiros pode ser representado pela sucessão 2^n e o das maçãs por n^2 , para cada $n \rightarrow \infty$, a sucessão 2^n crescerá mais que n^2 .

Análise das variáveis em função do tipo de resposta à tarefa

A Tabela 1 resume as frequências de cada categoria das variáveis seleccionadas com base na resposta dada à tarefa. Os 14 alunos que atribuíram um crescimento mais rápido ao número de macieiras utilizaram predominantemente representações verbais e prestaram mais atenção à quantificação do crescimento do número de macieiras (variável crescimento de maçãs) do que ao de pinheiros (variável crescimento de pinheiros), embora em linhas gerais, estes estudantes forneceram poucas formulações matemáticas destas quantificações. Em relação à variável Relacionamento, 9 desses 14 registros foram baseados na relação dada pelo contexto de que os pinheiros circundam as macieiras, e apenas um deles estabeleceu relação numérica com base nos dados apresentados no enunciado da tarefa.

Entre os 54 alunos que atribuíram um crescimento mais rápido ao número de pinheiros, também se observou um predomínio de representações verbais, embora a fracção de alunos que utilizaram outras representações, incluindo os 11 que utilizaram linguagem algébrica, seja maior do que no caso anterior. Relativamente à variável Crescimento da maçã, constatou-se que 8 registos identificaram crescimento quadrático, embora a grande maioria deles (num total de 41) não quantificasse o crescimento das maçãs. Em contrapartida, 20 das produções analisadas não conseguiram quantificar o crescimento dos pinheiros, enquanto 25 delas se limitaram a apontar que o número dessas árvores cresce “rapidamente”. Também foram encontradas algumas respostas que matematizavam o crescimento dos pinheiros como uma sequência numérica, um perímetro, uma expressão algébrica linear ou uma sequência de crescimento exponencial. Por fim, no que diz respeito à variável Relacionamento, constatou-se que a maioria das 25 respostas não relacionava expressamente o crescimento dos dois tipos de árvores, embora entre os que o faziam se observasse uma certa riqueza de ideias, encontrando argumentos que abrangem todas as categorias emergentes encontrado.

Tabela 1. Frequências das categorias segundo as variáveis analisadas

Resposta	Representação	Crescimento maçãs	Crescimento pinheiros	Relação
Manças (n=14)	12 Apenas verbal 1 Algébrica 1 Numérica 1 Tabela	7 Não proporcionam 5 “Rapidamente” 0 Sequencia numérica 1 Área	13 No proporcionam 0 “Rapidamente” 0 Sequência numérica 1 Perímetro	4 No proporcionam 0 Ordenação sem justificação 9 Os pinheiros delimitam as

		0 Cquadrático 1 Exponencial/Progress ão	0 Linear 0 Exponencial/Progress ão	manças 0 Crescimento simultâneo 1 Não generaliza 0 Pensamento no infinito
Pinheiros (n=54)	42 Apenas verbal 11 Algébrica 2 Numérica 2 Tabela	41 Não proporcionam 0 “Rápidamente” 3 Sequência numérica 1 Área 8 quadrático 1 Exponencial/Progress ão	25 Não proporcionam 20 “Rapidamente” 2 Sequência numérica 1 Perímetro 3 Linear 3 Exponencial/Progress ão	25 Não proporcionam 5 Ordenação sem justificação 12 Os pinheiros delimitam as manças 5 Crescimento simultâneo 5 Não generaliza 2 Pensamento no infinito

Nota: As frequências da coluna “Representação” não têm necessariamente que somar 14 e 54 (há alunos que utilizaram vários sistemas de representação).

Em síntese, a análise dos registos recolhidos em termos das variáveis consideradas revelou que os alunos analisados utilizaram representações predominantemente verbais e mostraram pouca tendência para quantificar o crescimento do número de árvores de cada tipo, estando mais inclinados a centrar o seu argumento matemático em o crescimento do tipo de árvore que indicaram como resposta correta. Houve maior interesse em estabelecer a relação entre as taxas de crescimento dos dois tipos de árvores, embora em inúmeras ocasiões a relação estabelecida se limitasse ao contexto da tarefa (o facto dos pinheiros delimitarem as macieiras) ou não fosse discutida, e em outros restringiu-se a casos particulares, sem demonstrar intenções evidentes de generalizar as relações observadas nesses casos. Por último, importa referir que os alunos que deram a resposta correta à tarefa (as macieiras) o fizeram com base numa análise menos aprofundada, que mal entra em quantificações ou relações matemáticas. Pelo contrário, os alunos que responderam incorrectamente forneceram um maior número

de quantificações e relações matemáticas, que em algumas ocasiões não foram além dos casos particulares mostrados no enunciado da tarefa, e em outras ocasiões o fizeram, mas de forma imprecisa (ver, por exemplo, Figura 3c acima).

Discussão e conclusões

O presente estudo explora a forma como os alunos-professores do ISCDE-Huambo formularam matematicamente uma situação apresentada num contexto real. Este trabalho contribui para aprofundar o conhecimento sobre a competência matemática dos professores em formação no contexto educacional de um país em desenvolvimento, uma questão de interesse sobre a qual não há abundância de pesquisas anteriores.

Em resposta à questão de investigação colocada, os resultados indicaram que os alunos da amostra apresentam dificuldades em aplicar conhecimentos matemáticos a situações apresentadas em contexto real. Com efeito, a maior parte dos registos analisados

ignorava a utilização de representações numéricas, tabulares ou algébricas, e havia pouca propensão para quantificar matematicamente o crescimento das duas populações de árvores e estabelecer relações entre elas. Além disso, os registos em que estas comparações eram explícitas incluíam muitos que as limitavam ao facto de os pinheiros rodearem as maçãs, sem atender à relação quantitativa subjacente a esta relação estabelecida pelo enunciado da tarefa. Estes resultados levam a pensar que a maioria dos alunos não vê a matemática como ideias aplicáveis a contextos reais, conclusão que é consistente com o facto de os alunos terem sofrido um conflito ao observarem o enunciado da tarefa, possivelmente por não perceberem que Essa situação pode ser resolvida matematicamente. Por outro lado, os resultados obtidos neste estudo são consistentes com os obtidos em pesquisas sobre formação de professores desenvolvidas em outros contextos educativos, que documentaram as dificuldades que estes estudantes universitários apresentam na resolução (Aydin e Özelgi, 2017; Sáenz, 2009) e propor (Luo, 2009) tarefas matemáticas vinculadas a contextos reais.

Os resultados obtidos têm implicações formativas de interesse para a educação matemática dos alunos do ISCDE-Huambo. A primeira delas é a necessidade de dar maior ênfase à aplicação da matemática a contextos reais, acção que ajudaria os futuros professores a deixarem de ver a matemática como um conteúdo isolado, fora do seu alcance ou da realidade. A segunda implicação do estudo é a relevância de estimular o

pensamento algébrico desses alunos, o que pode amenizar a baixa tendência à generalização observada. Para além destas medidas específicas, este estudo contribui para tornar visível o grande desafio que a educação enfrenta em Angola, que inclui a necessidade de políticas que enfatizem a utilidade da matemática e que facilitem o acesso à educação para uma grande parte da sociedade populacional, coerentemente de acordo com o diagnóstico elaborado por Gungula e Faustino (2018).

Por fim, devem ser apontadas as limitações do estudo desenvolvido, bem como possíveis pesquisas futuras que possam contribuir para fortalecer a validade dos resultados encontrados. Quanto às dificuldades de aplicação do conhecimento matemático a situações contextualizadas que foram documentadas, estas baseiam-se numa única tarefa e numa amostra pequena, pelo que são necessários estudos com amostras maiores e uma maior variedade de tarefas para corroborar ou refutar esta fragilidade na formulação de problemas contextualizados. Quanto à baixa tendência à generalização observada, os pesquisadores perceberam que modificações na formulação específica da tarefa (acrescentar uma tabela para completar, por exemplo) poderiam ter promovido a tendência à generalização. Essa percepção, intimamente relacionada ao processo de formulação de problemas contextualizados, pode ser contrastada através de pesquisas focadas no pensamento algébrico de professores em formação inicial (por exemplo, Richardson et al. 2009). Estudos deste tipo são pertinentes no quadro do diagnóstico que está a ser desenvolvido para conhecer a competência matemática dos alunos do ISCDE-Huambo, para que estes sejam colocados para o futuro.

Referências bibliográficas

- Aydin, U. y Özgeldi, M (2017). The PISA Tasks: Unveiling Prospective Elementary Mathematics Teachers' Difficulties with Contextual, Conceptual, and Procedural Knowledge. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 63(1), 105-123. <https://doi.org/10.1080/00313831.2017.1324906>
- Barroso, H. J. (2020). Competências de base em Análise Matemática III na formação do professor de Matemática. *Revista Angolana de ciencias*, 2(1), 78-70. <http://portal.amelica.org/ameli/jatsRepo/400/4001719005/4001719005.pdf>

- Governo de Angola (2018). Plano de Desenvolvimento Nacional 2018-2022. <https://www.ucm.minfin.gov.ao/cs/groups/public/documents/document/zmlu/njax/~edisp/minfin601408.pdf>
- Gungula, E. W., y Faustino, A. (2018). Dilema da formação matemática em Angola: ¿Falta de iniciativas próprias ou de compromisso? *Actualidades investigativas en Educación*, 3(18), 190-212. https://www.scielo.sa.cr/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1409-47032018000300190
- Lucas, L., Mualunga, D. L. F., Sánchez, E. G. y Berenguer, A. (2016). As habilidades matemáticas dos estudantes que ingressam no curso de Engenharia. *Revista Órbita Pedagógica*, 3(2), 35-50.
- Luo, F. (2009). Evaluating the Effectiveness and Insights of PreService Elementary Teachers' Abilities to Construct Word Problems for Fraction Multiplication. *Journal of Mathematics Education* 2(1), 83-98.
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (2013). *Marcos y pruebas de evaluación PISA 2012. Matemáticas, Lectura y Ciencias*. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte https://archivos.agenciaeducacion.cl/Marcos_pruebas_evaluacion_PISA_2012.pdf
- Pajares, R., Sanz, Á., y Rico, L. (2000). *Aproximación a un modelo de evaluación: El proyecto PISA 2000*. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. <https://sede.educacion.gob.es/publiventa/d/12652/19/1>
- Richardson, K., Berenson, S., Staley, K. (2009). Prospective elementary teachers use of representation to reason algebraically. *The Journal of Mathematical Behavior*, 28(2–3), 188-199. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2009.09.002>
- Sáenz, C. (2007). La competencia matemática (en el sentido de PISA) de los futuros maestros. *Enseñanza de Las Ciencias*, 25(3), 355–366. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.3701>
- Sáenz, C. (2009). The role of contextual, conceptual and procedural knowledge in activating mathematical competencies (PISA), *Educational Studies in Mathematics*, 71, 123-143. <https://doi.org/10.1007/s10649-008-9167-8>
- Tchikoko, A. C., Cañizo, J. A., Montejo-Gámez, J. (2022). Diagnóstico de la competencia matemática PISA de los futuros profesores en el Instituto Superior de Ciencias de la Educación de Huambo-Angola. En preparación.