RICAKIANDA
REVISTA DE INOVAÇÃO E INVESTIGAÇÃO CIENTÍFICA DA UNIVERSIDADE DE LUANDA

# INTEGRAIS IMPRÓPRIAS: DEFINIÇÃO, CÁLCULO E APLICAÇÕES.

# IMPROPER INTEGRALS: DEFINITION, CALCULATION AND APPLICATIONS

**Dizolele Kiveka**

Universidade de Luanda-Ipgest, Angola

E-mail: dizoleleidras@gmail.com.

ORCID: https://orcid.org/0009-0006-7624-090X

## RESUMO

As integrais impróprias constituem uma extensão do conceito de integral definida, permitindo tratar situações em que os limites de integração são infinitos ou em que a função integranda apresenta descontinuidades não integráveis no intervalo considerado. Este artigo tem como objectivo analisar, numa perspectiva de revisão bibliográfica, os fundamentos teóricos das integrais impróprias, os principais métodos de cálculo e as suas aplicações em diferentes áreas do conhecimento, como a física, a engenharia e a teoria das probabilidades. A metodologia adoptada baseia-se na análise crítica de literatura clássica e contemporânea em cálculo matemático. Os resultados evidenciam que as integrais impróprias desempenham um papel fundamental na modelação de fenómenos reais, sendo indispensáveis na formação matemática no ensino superior. O artigo reúne num percurso didáctico os fundamentos, exemplos de cálculo e contextos de aplicação, assinalando também erros conceptuais que podem orientar investigações futuras.

**Palavras-chave**: Integrais impróprias; cálculo integral; convergência; visualização gráfica; aplicações.

## ABSTRACT

Improper integrals constitute an extension of the concept of the definite integral, allowing the treatment of situations in which the limits of integration are infinite or in which the integrand function presents non-integrable discontinuities over the interval considered. This article aims to analyse, from a bibliographic

review perspective, the theoretical foundations of improper integrals, the main methods of computation, and their applications in different areas of knowledge, such as physics, engineering, and probability theory. The adopted methodology is based on the critical analysis of classical and contemporary literature in mathematical calculus. The results show that improper integrals play a fundamental role in the modelling of real phenomena and are indispensable in mathematical education at the higher education level. The article brings together foundations, worked examples and application contexts in a didactic sequence and identifies conceptual errors that may guide future research.

**Key words:** Improper integrals; integral calculus; convergence; graphical visualization; applications.

## 1. INTRODUÇÃO

O cálculo integral constitui uma das ferramentas fundamentais da Matemática, permitindo estudar áreas, volumes, trabalho, energia, acumulação de grandezas e diversos fenómenos que variam continuamente. No entanto, nem todas as situações podem ser tratadas directamente através da integral definida de Riemann em intervalos fechados e limitados, com funções limitadas. Existem problemas em que o intervalo de integração é infinito ou em que a função integranda se torna ilimitada num ponto do intervalo. Nestes casos, recorre-se ao conceito de integral imprópria.

O estudo das integrais impróprias surge no contexto do cálculo integral, desenvolvido por Isaac Newton (1642-1727) e Gottfried Leibniz (1646-1716). Nos séculos XVII e XVIII, matemáticos como Euler e Cauchy enfrentaram situações em que o cálculo de áreas ou comprimentos envolvia limites infinitos ou funções que se tornavam ilimitadas. Cauchy (1789-1857) formalizou a ideia de integral definida com limite de somas, o que abriu espaço para lidar com integrais em situações impróprias.

As integrais improprias ocorrem naturalmente no estudo da Análise Matemática quando se procuram calcular áreas, volumes, comprimentos, fluxos ou outros valores associados a funções que não são integráveis no sentido clássico de Riemann, seja porque o intervalo de integração é infinito, seja porque a função apresenta descontinuidades ou divergências dentro do domínio de integração.

Num contexto de crescente complexidade dos problemas sociais e tecnológicos, torna-se fundamental que os estudantes do ensino superior desenvolvam competências matemáticas que lhes permitam interpretar e modelar situações reais.

A importância do tema é simultaneamente matemática, científica e pedagógica. Na Física, as integrais impróprias surgem no cálculo do trabalho realizado por forças ao longo de distâncias ilimitadas e na análise de sinais. Na Engenharia, aparecem em transformadas integrais e em modelos de sistemas dinâmicos. Na Probabilidade e na Estatística, permitem calcular probabilidades e valores esperados de variáveis contínuas definidas em domínios ilimitados. Na Economia, podem representar fluxos contínuos de rendimentos descontados ao longo de um horizonte temporal infinito (Chiang & Wainwright, 2005; Kreyszig, 2011; Oppenheim & Willsky, 1997).

Apesar da sua importância, diversos estudos evidenciam dificuldades na compreensão deste conceito por parte dos estudantes, particularmente no que diz respeito à noção de limite e à distinção entre convergência e divergência (Tall, 1992). A visualização gráfica e a coordenação de diferentes representações podem apoiar essa compreensão, desde que não substituam a justificação analítica (Duval, 1999).

Assim, este artigo tem como objectivo analisar, com base numa revisão bibliográfica, a definição, os métodos de cálculo e as aplicações das integrais impróprias, destacando a sua relevância no contexto da realidade social e do ensino superior.

O contributo do artigo é de natureza didáctica e de síntese: reúne definições, exemplos e aplicações num percurso que parte da formalização matemática e termina na interpretação de situações reais.

Depois desta introdução, apresenta-se a metodologia, seguindo-se a síntese dos resultados da revisão, a discussão das implicações teóricas e pedagógicas e, por fim, as conclusões.

## 2. METODOLOGIA

O presente estudo adopta uma metodologia de revisão bibliográfica, com carácter qualitativo e exploratório. Foram analisadas obras clássicas de cálculo e análise matemática, bem como estudos na área da educação matemática e aplicações das integrais impróprias em contextos reais. A selecção das fontes teve em consideração quatro critérios: relevância para a definição e classificação das integrais impróprias; apresentação de métodos de cálculo e critérios de convergência; utilização do conceito em áreas aplicadas; e contributo para a compreensão dos desafios de aprendizagem no ensino superior.

Foram consideradas obras clássicas e manuais de referência mencionados na bibliografia do artigo, nomeadamente Apostol (1967), Anton et al. (2014), Bartle e Sherbert (2011), Kreyszig (2011), Rudin

(1976) e Stewart (2016), bem como textos sobre visualização e aprendizagem matemática, como Duval (1999) e Tall (1992).

A análise centrou-se em três dimensões principais: definição e classificação das integrais impróprias, métodos de cálculo e critérios de convergência e aplicações. Em cada dimensão, procurou-se comparar as definições, identificar procedimentos recorrentes e seleccionar exemplos que evidenciassem a diferença entre convergência e divergência.

## 3. RESULTADOS

### 3.1. Conceito e Definição formal

Através da integral definida é possível calcular a área de uma região plana delimitada por curvas, desde que as mesmas sejam contínuas e definidas em intervalos fechados e limitados.

Por exemplo, a área da região S delimitada pela curva $f(x) = 1 - x^2$ e o eixo $x$, pode ser obtida através da integral definida $\int_{-1}^{1}(1 - x^2)dx$.

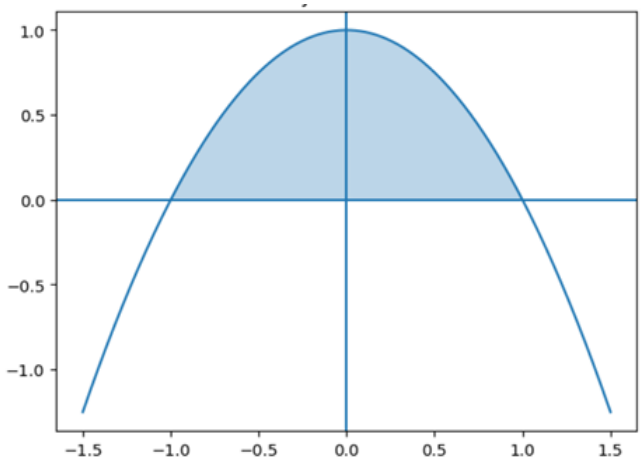


**Figura 1**- *Gráfico da função* $f(x) = 1 - x^2$*, definida em* $[1, 1]$

*Fonte*: Elaboração própria (2026)

Entretanto, em diversas aplicações é necessário calcular a área de uma região que se estende indefinidamente para direita ou para a esquerda ao longo do eixo das abscissas, como também a área de uma região que se estende indefinidamente na direção do eixo das ordenadas.

Por exemplo, a integral que permite calcular a área sob a curva $y = \frac{1}{x^2}$ à direita de $x = 1$, é um caso em que o domínio da função é infinito.

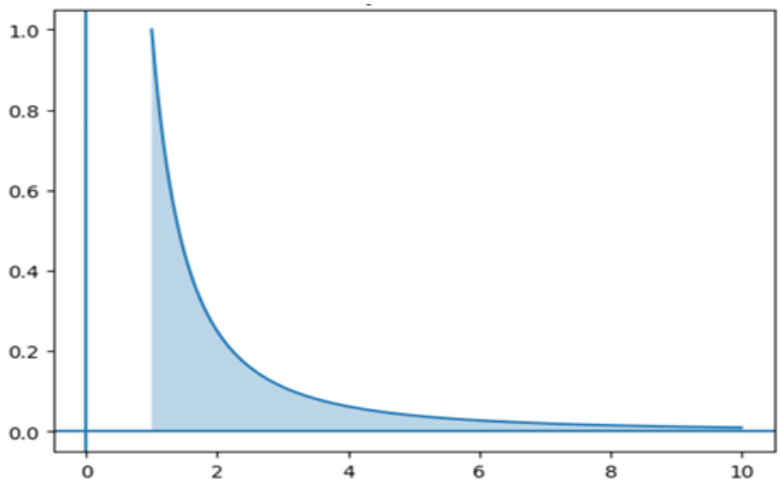


**Figura 2**- *gráfico da função* $f(x) = \frac{1}{x^2}$, *definida em* $[1, +\infty[$

*Fonte*: Elaboração própria (2026)

A área $A$ para este caso é: $A = \int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2}$ dx.

Constata-se que no limite superior desta integral aparece ∞ (infinito). Esta integral é chamada de *integral imprópria*.

As integrais impróprias são definidas como limites de integrais definidas, sendo classificadas essencialmente em dois tipos: integrais com limites infinitos e integrais de funções não limitadas (Apostol, 1967). Esta definição baseia-se no conceito fundamental de limite, que permite estender o cálculo integral a situações não convencionais.

Do ponto de vista analítico, a questão central associada às integrais impróprias é a sua convergência. Uma integral imprópria converge se o limite que a define existir e for finito; caso contrário, diverge (Bartle & Sherbert, 2011).

Para a análise da convergência, são frequentemente utilizados critérios como o critério de comparação e o critério do limite, os quais permitem estabelecer relações entre funções de comportamento semelhante (Rudin, 1976).

No contexto aplicado, estas integrais assumem particular importância na modelação de fenómenos com domínios infinitos ou com comportamentos extremos. Por exemplo, na economia, são utilizadas para descrever distribuições de probabilidade com caudas pesadas, como a distribuição de Pareto, associada à desigualdade de rendimento (Piketty, 2014). Na engenharia, surgem no cálculo de probabilidades e na análise de sistemas de fiabilidade (Kreyszig, 2011).

Do ponto de vista pedagógico, a compreensão das integrais impróprias exige uma transição do pensamento algorítmico para o pensamento analítico, o que constitui um desafio significativo para muitos estudantes (Tall, 1992). A literatura em educação matemática defende a necessidade de integrar aplicações práticas e contextos reais no ensino, de forma a promover uma aprendizagem mais significativa e contextualizada (Skovsmose, 2001).

As integrais impróprias, sem sombra de dúvidas, têm como objetivo ampliar os conceitos de integração definida para permitir intervalos infinitos de integração (Anton et al., 2014, p. 547).

### 3.2. Tipos de Integrais Impróprias e Cálculo

As integrais impróprias dividem-se em duas grandes categorias e são calculadas através de limites. Se o limite existir, então é o valor da integral imprópria.

1. ***Integrais Improprias de Intervalo Infinito ou de primeira espécie*:**

Ocorrem quando o intervalo de integração é ilimitado.

- Se $f(x)$ é continua em $[a, +\infty[$, então:

$$\int_a^{+\infty} f(x)dx = \lim_{b\to+\infty} \int_a^b f(x)dx \quad (1)$$

- Se $f(x)$ é contínua em $]-\infty, b]$, então:

$$\int_{-\infty}^b f(x)dx = \lim_{a\to-\infty} \int_a^b f(x)dx \quad (2)$$

- Se $f(x)$ é contínua $]-\infty, +\infty[$, então:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \int_{-\infty}^{c} f(x)dx + \int_{c}^{+\infty} f(x)dx$$

$$= \lim_{a\to-\infty} \int_{a}^{c} f(x)dx + \lim_{b\to+\infty} \int_{c}^{b} f(x)dx \quad (3)$$

Onde $c$ é um número real qualquer.

2. ***Integrais Impróprias com funções não limitadas ou de segunda espécie***:

Ocorrem quando a função diverge num ponto do intervalo.

- Se $f(x)$ é continua em $[a, b[$ e descontinua em $b$, então:

$$\int_{a}^{b} f(x)dx = \lim_{t\to b} \int_{a}^{t} f(x)dx \quad (4)$$

- Se $f(x)$ é continua em $]a, b]$ e descontinua em a, então:

$$\int_{a}^{b} f(x)dx = \lim_{t\to a} \int_{t}^{b} f(x)dx \quad (5)$$

- Se $f(x)$ tiver uma descontinuidade em $c$, onde $a < c < b$, e ambas as integrais improprias $\int_{a}^{c} f(x)dx \ e \ \int_{c}^{b} f(x)dx$ forem convergentes, então definimos:

$$\int_{a}^{b} f(x)dx = \int_{a}^{c} f(x)dx + \int_{c}^{b} f(x)dx \quad (6)$$

Em todos os casos se o limite existir dizemos que a integral imprópria converge para o valor do limite e que este representa o valor da integral. Caso o limite não exista, dizemos que a integral impropria é divergente.

**Exemplos de resolução:**

a) Determine se a integral $\int_{1}^{+\infty} \frac{1}{x} dx$ é convergente ou divergente.

*Resolução*:

Segundo a definição, temos:

$$\int_{1}^{+\infty} \frac{1}{x} dx = \lim_{b\to\infty} \int_{1}^{b} \frac{1}{x} dx = \lim_{b\to+\infty} ln|x|_{1}^{b} = \lim_{b\to+\infty} (lnb - ln1) = \lim_{b\to+\infty} lnb = \infty$$

O limite não existe como um número finito e, assim, a integral imprópria $\int_{1}^{+\infty} \frac{1}{x} dx$ é divergente.

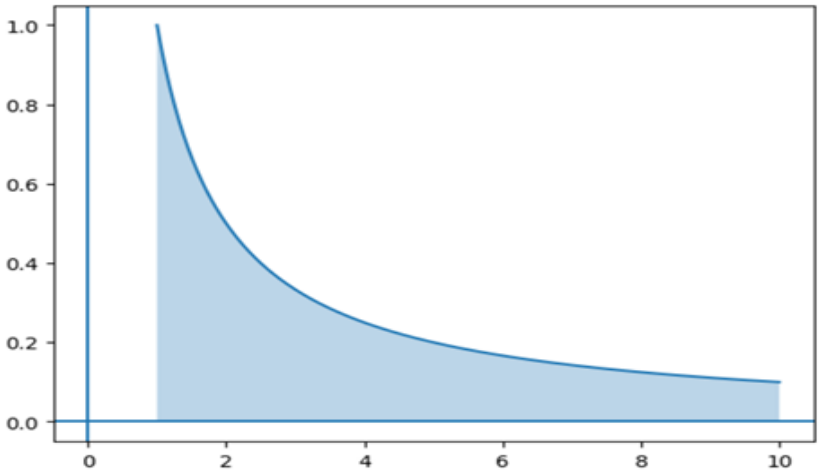


**Figura 3** – *Gráfico da função* $f(x) = \frac{1}{x}$, *definida em* $[1, +\infty[$

*Fonte*: Elaboração própria (2026)

b) Calcule:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}$$

*Resolução:*

É conveniente escolher $c = 0$:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2} = \int_{-\infty}^{0} \frac{dx}{1+x^2} + \int_{0}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}$$

$$= \lim_{a\to-\infty} \int_{a}^{0} \frac{dx}{1+x^2} + \lim_{b\to+\infty} \int_{0}^{b} \frac{dx}{1+x^2}$$

$$= \lim_{a\to-\infty} [Arctgx]_{a}^{0} + \lim_{b\to+\infty} [Arctgx]_{0}^{b}$$

$$= \lim_{a\to-\infty} [-Arctga] + \lim_{b\to+\infty} [Arctgb]$$

$$= \pi \ (convergente)$$

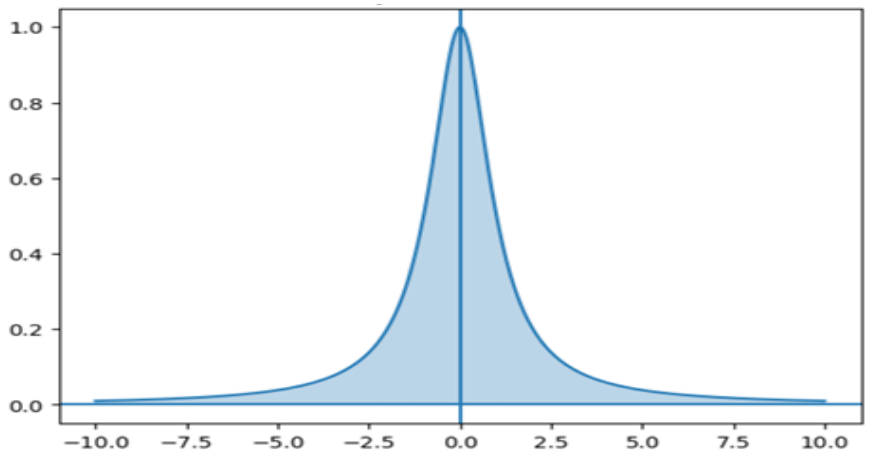


**Figura 4** – *Gráfico da função* $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$, *definida em* $]-\infty, +\infty[$

*Fonte*: Elaborado pelo autor (2026)

c) Encontre $\int_2^5 \frac{1}{\sqrt{x-2}} dx$.

*Resolução:*

Observamos primeiro que a integral dada é imprópria, porque $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-2}}$ tem uma descontinuidade no ponto $x = 2$.

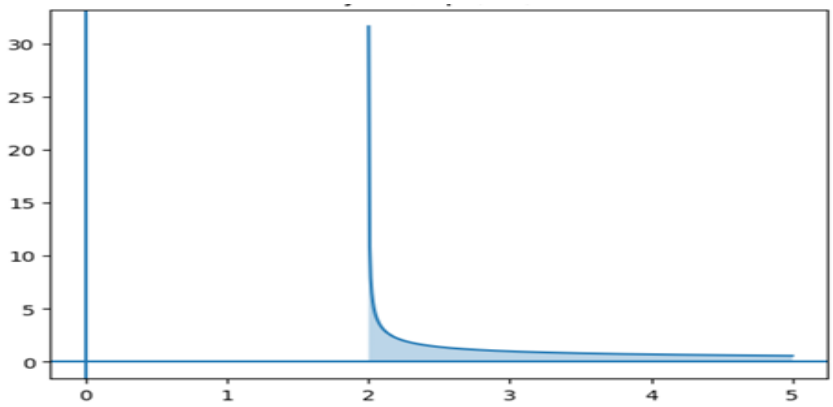


**Figura 5** – *Gráfico da função* $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-2}}$, *definida em* $]2, 5]$

*Fonte:* Elaborado pelo autor (2026)

Como a descontinuidade infinita ocorre no extremo esquerdo de $[2, 5]$, teremos:

$$\int_2^5 \frac{dx}{\sqrt{x-2}} = \lim_{a\to 2}\int_a^5 \frac{dx}{\sqrt{x-2}} = \lim_{a\to 2}\left[2\sqrt{x-2}\right]_a^5 = \lim_{a\to 2} 2\left(\sqrt{3}-\sqrt{a-2}\right) = 2\sqrt{3}$$

Então, a integral impropria dada é convergente e, como o integrando é positivo, pode-se interpretar o valor da integral como a área da região sombreada.

### 3.3. O Papel da Visualização Gráfica

A visualização gráfica surge como uma ferramenta de mediação que aproxima o raciocínio formal do significado geométrico subjacente.

A visualização gráfica ajuda a compreender a convergência e a divergência das integrais impróprias, tornando visível o comportamento das funções. Ferramentas digitais, como GeoGebra, Desmos e Calculadoras científicas permitem criar simulações dinâmicas que reforçam a intuição (Keller & Hirsch, 1998).

A visualização deve, no entanto, ser acompanhada de uma justificação analítica. Um gráfico com escala finita não permite, por si só, demonstrar o comportamento de uma função até ao infinito ou junto de uma singularidade.

A coordenação entre representações gráfica, algébrica e verbal pode favorecer a compreensão dos conceitos.

Como implicação pedagógica, segundo Duval (1999), a inclusão de representações gráficas no ensino das integrais impróprias permite a coordenação de diferentes registros e promove uma aprendizagem mais significativa e menos mecanista.

### 3.4. Aplicações em diferentes áreas

Embora o seu estudo seja frequentemente apresentado de forma teórica, as suas aplicações são vastas e fundamentais em várias áreas do conhecimento cientifico e tecnológico.

a) Aplicações na Física

Na Física, as integrais improprias são essenciais para descrever fenómenos que se estendem ao infinito ou que apresentam singularidades.

- *Trabalho e energia em campos de força*

Em campos de força como o campo gravitacional ou o campo eléctrico, a força pode decrescer com a distância, mas nunca se anula completamente. O trabalho realizado por uma força ao deslocar uma partícula desde um ponto até ao infinito é frequentemente expresso por uma integral impropria do tipo:

$$W = \int_a^{+\infty} F(x)dx \tag{7}$$

Por exemplo, no caso da gravitação newtoniana, a força é inversamente proporcional ao quadrado da distância, conduzindo a integrais improprias convergentes, o que justifica matematicamente a noção de energia potencial finita (Stewart, 2016).

- *Ondas e sinais*

Na teoria das ondas e no processamento de sinais, a energia total de um sinal continuo $f(t)$ é dada por:

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt, \tag{8}$$

uma integral imprópria fundamental para distinguir sinais de energia finita de sinais de potência (Oppenheim &Willsky, 1997).

b) Aplicações na Engenharia

- *Análise de sistemas e controlo*

Em engenharia de sistema e controlo automático, a transformação de Laplace, amplamente utilizada para resolver equações diferenciais, baseia-se numa integral impropria do tipo:

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^{+\infty} e^{-st} f(t)dt \tag{9}$$

A convergência desta integral é crucial para garantir a estabilidade dos sistemas dinâmicos modelados (Kreyszig, 2011).

c) Aplicações na Probabilidade e Estatística

- *Função densidade de probabilidade*

Muitas distribuições probabilísticas importantes são definidas em intervalos infinitos. Um exemplo clássico é a distribuição normal, cuja função densidade é:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (10)$$

A condição:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$$

- *Esperança matemática*

  O valor esperado de uma variável aleatória continua é calculado através de integrais improprias, sempre que o domínio é infinito ou a função não é limitada, o que tem aplicações directas em economia, seguros e ciências actuariais.

d) Aplicações na Economia e Ciências Sociais

Na Economia, as integrais improprias surgem no estudo de modelos de crescimento e avaliação de fluxos financeiros ao longo do tempo.

Quando se considera um fluxo continuo de rendimentos ao longo de um horizonte temporal infinito, o valor actual é dado por:

$$V = \int_0^{+\infty} R(t)e^{-rt}dt, \quad (11)$$

Onde $r$ é a taxa de desconto. A convergência da integral indica se o investimento é economicamente viável (Chiang & Wainwright, 2005).

A análise da literatura evidencia que as integrais impróprias são fundamentais tanto do ponto de vista teórico como aplicado. No entanto, o seu ensino requer estratégias específicas que promovam a compreensão conceptual, evitando abordagens exclusivamente algorítmicas.

## 4. DISCUSSÃO

A revisão evidencia que o conceito unificador das integrais impróprias é o limite. A classificação em primeira e segunda espécie identifica a origem da dificuldade, mas não decide antecipadamente o resultado: uma integral num intervalo infinito pode convergir, enquanto uma integral com uma singularidade pode também ter valor finito. A convergência só pode ser estabelecida após a formulação correcta do limite e a sua avaliação. Os exemplos seleccionados tornam clara a diferença entre comportamento visual e comportamento analítico.

Uma abordagem exclusivamente algorítmica pode levar o estudante a procurar primitivas sem reconhecer que a questão central é o limite. A sequência didáctica deve, por isso, começar pela identificação da impropriedade, seguir com a escrita do limite, prosseguir com a integração e terminar com a interpretação do resultado. A resposta deve incluir não só o valor calculado, mas também a conclusão explícita sobre convergência ou divergência.

A literatura sobre aprendizagem do cálculo aponta para dificuldades na passagem entre procedimentos simbólicos e compreensão conceptual (Tall, 1992). A utilização de gráficos, exemplos contrastantes e explicações verbais pode ajudar a tornar visíveis as diferenças entre uma área finita e uma área ilimitada.

A perspectiva de Duval (1999) reforça a importância da coordenação entre registos de representação. Não obstante, a visualização não substitui a demonstração: uma imagem limitada ao ecrã não comprova o comportamento no infinito.

Do ponto de vista das aplicações, a convergência possui significado para além da técnica de cálculo. Na teoria das probabilidades, garante a normalização de uma densidade; na análise de sinais, permite avaliar a energia; na transformada de Laplace, determina os valores para os quais a representação integral é válida; e em modelos económicos, está relacionada com a existência de um valor actual finito. Assim, ensinar a convergência como uma condição de validade do modelo pode aproximar o conteúdo matemático dos problemas de Engenharia, Física, Estatística e Economia.

## 5. CONCLUSÃO

Este artigo apresenta uma abordagem sistemática ao estudo das integrais impróprias, explorando a sua origem, os diferentes tipos, métodos de cálculo e algumas aplicações.

Mostrou-se que as integrais impróprias não são apenas conceitos abstractos da Análise Matemática, mas uma ferramenta indispensável para modelar fenômenos reais que envolvem o infinito ou comportamentos singulares. A sua presença transversal em áreas como a Física, Engenharia, Estatística e Economia demonstra a sua relevância cientifica e pedagógica, justificando plenamente o seu estudo nos cursos superiores de Matemáticas e áreas afins.

A análise mostrou também que a visualização gráfica é um recurso didáctico muito importante para a construção de significados e para superação de obstáculos cognitivos frequentemente observados entre os estudantes do ensino superior.

Investigações futuras poderão centrar-se na implementação de estratégias didácticas inovadoras e na análise do seu impacto na aprendizagem dos estudantes.

REFERÊNCIAS

Amado, A. T. F. (2014). *Integrais impróprias, funções de Euler e ressonâncias duais*. Researchgate.

Anton, H.; Bivens, I., & Davis, S. (2014). *Cálculo*. 10ª edição. Porto Alegre: Bookman Editora.

Apostol, T. M. (1967). *Calculus*. Vol. 1. Wiley.

Ausubel, D. P. (2003). *Aquisição e retenção de conhecimentos: Uma perspectiva cognitiva*. Lisboa: Plátono.

Ausubel, D.P. (1968). Educational Psychology: A Cognitive view. New York: Holt, Rinehart and Winston.

Borba, M. C., & Penteado, M. G. (2001). *Informática e Educação Matemática*. Autentica.

Chiang, A. C., & Wainwright, K. (2005). *Fundamental Methods of Mathematical Economics*. McGraw-Hill.

Devore, J. L. (2006). *Probabilidade e estatística: para engenharia e ciências*. [S.l.]: Cengage Learning, São Paulo.

Duval, R. (1999). *Representation, vision and visualization: Cognitive Functions in mathematical thinking*. In F. Hitt & M. Santos (Eds.), Processings of the 21st PME Conference (Vol. 1, pp. 3-26). Mexico: PME.

Eves, H. (2011). *Introdução à história da matemática*. Campinas, São Paulo: Editora da Unicamp.

Gomes, J. O. (2022). *Integrais Impróprias: Conceitos e Aplicações*. CaJazeiras /PB: IFPB.

Guidorizzi, H. L. (2001). *Um curso de Cálculo*. Vol. 1. LTC.

Hibbeler, R. C. (2018). *Engineering Mechanics*. Pearson.

Junior, O. B. (2010). *Integral imprópria e funções Eulerianas*. Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Kreyszig, E. (2011). *Advenced Engineering Mathematics*. Wiley.

Luckeci, C. C. (2011). *Avaliação da aprendizagem escolar*. São Paulo: Cortez.

Meyer, P. L. (2017). *Probabilidade: aplicações à estatística*. [S.l.]: Livros Técnicos e Científicos Rio de Janeiro.

Moreina, M. A. (2011). *Aprendizagem significativa: A teoria e textos complementares*. São Paulo: Livraria da Física.

Oppenheim, A. V., & Willsky, A. S. (1997). *Sinais e Sistema*. Prentice Hall.

Orton, A. (1983). *Students´ understending of integration*. Educational Studies in Mathematics, 14(1), 1-18.

Pinto, M. (2010). *Dificuldades de aprendizagem no cálculo integral: um estudo exploratório*. Lisboa: Universidade de Lisboa.

Ponte, J. P. (2005). *Investigar, ensinar e aprender Matemática*. APM

Ponte, J. P., Brocardo, J. & Oliveira, H. (2003). *Investigações matemáticas na sala de aula*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Ross, S. A. (2007). *Introdução à Análise de Investimentos*. McGraw-Hill.

Stewart, J. (2016). *Cálculo*. Cengage Learning.

Stewart, J. (2013). *Cálculo*, volume 2. 7ª edição. São Paulo: Cengage Learning.

Thomas, G. B., Weir, M. D., & Hass, J. (2018). *Cálculo*. Pearson.

Zabalza, M. A. (2004). *Competencias docentes del professorado universitário*. Madrid: Narcea.